Термодинамический вывод закона тяготения Ньютона
Thermodynamic conclusion of the newtonian attraction law

Валерий Эткин

It is shown, that the newtonian attraction law is a consequence of non-uniform mass distribution in space.

Показывается, что закон всемирного тяготения Ньютона является следствием неоднородного распределения в пространстве взаимодействующих масс

Опираясь на законы Кеплера, И. Ньютон на основании имевшихся на то время данных о массах небесных тел и расстояниях между ними расчетным путем установил, что сила притяжения двух точечных масс m и M прямо пропорциональна их произведению и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними R. Позднее Кавендиш экспериментально доказал, что этот закон «обратных квадратов» справедлив и для земных тел, вычислив при этом массу Земли и постоянную гравитации G_g. Так родился закон Всемирного тяготения [1]

$$\mathbf{F}_g = G_g mM/R^2, \tag{1}$$

влияние которого на историю науки невозможно переоценить.

В этой истории было немало попыток объяснить происхождение сил притяжения между телами, равно как и сам закон «обратных квадратов». Представляет интерес показать, что этот закон можно получить как следствие энергодинамики [2] , одним из принципиальных положений которой является определение силы как производной от энергии системы U по вектору смещения $\mathbf{R}_i$, характеризующему отклонение центра какой-либо экстенсивной величины Θ_i (в данном случае массы гравитирующих тел M) от его положения при однородном распределении масс. В соответствии с этим механическая сила отсутствует, если поле плотности $\rho_i(\mathbf{r},t) = \partial\Theta_i/\partial V$ этой величины однородно. В частности, известно, что в центре однородной массивной сферы гравитационное поле отсутствует. Это означает, что силовые поля создаются не массами и не зарядами самими по себе, а их неравномерным распределением в пространстве. Соответственно и гравитационные силы появляются только там, где притяжение пробного тела с различных сторон неодинаково, т.е. там, где массы распределены неравномерно. В соответствии с энергодинамикой эта неоднородность для системы массой M в целом характеризуется моментом распределения $\mathbf{Z}_m = M\mathbf{R}_m$, представляющим собой произведение массы системы M на величину смещения радиуса-вектора его центра $\mathbf{R}_m$ от его положения при однородном распределении. Соответственно для системы единичного объема момент распределения массы $\mathbf{Z}_{mV} = \partial\mathbf{Z}_m/\partial V$, т.е. будет определяться произведением плотности системы $\rho = \partial M/\partial V$ на величину смещения радиуса-вектора $\mathbf{R}_m$ его центра $\Delta\mathbf{R}_m$, т.е. $Z_{mV} = \rho\ \Delta\mathbf{R}_m$. Отсюда следует, что $\rho = \nabla\cdot\mathbf{Z}_{mV}$, т.е. определяется дивергенцией вектора смещения массы подобно тому, как в электродинамике плотность электрического заряда ρ_e определяется вектором электрического смещения $\mathbf{D}$ ($\rho_e = \nabla\cdot\mathbf{D}$). В таком случае массу M сплошной среды можно выразить через $\nabla\cdot\mathbf{Z}_{mV}$ [3]:

$$M = \int\rho\, dV = \int\nabla\cdot\mathbf{Z}_{mV}\, dV. \tag{2}$$

Переходя в этом выражении на основании теоремы Гаусса от интеграла по объему к интегралу по замкнутой поверхностности f, имеем:

$$M = \int \mathbf{Z}_{mV}\cdot\mathbf{n}df\,. \tag{3}$$

Это выражение справедливо для тела любой формы. Поэтому выберем для удобства сферическую поверхность $f = 4\pi R_c^2$ (где R_c – радиус сферы, заполненной массой M). Тогда вместо (3) имеем:

$$M = 4\pi \int \mathbf{Z}_{mV} \cdot \mathbf{n} dR_c^2. \tag{4}$$

Неоднородность распределения массы в единице объема системы, характеризуемая вектором $\mathbf{Z}_{mV}$, порождает термодинамическую силу $\mathbf{x}_g$, которая в нашем случае выражается отрицательным градиентом $-\nabla\psi_g$ гравитационного потенциала ψ_g. Эта сила связана с параметром $\mathbf{Z}_{mV}$ уравнением состояния общего вида $\mathbf{Z}_{mV} = \mathbf{Z}_{mV}(\mathbf{x}_g)$. Полагая эту зависимость пропорциональной на том основании, что обе величины ($\mathbf{Z}_{mV}$ и $\mathbf{x}_g$) исчезают одновременно, и обозначая коэффициент пропорциональности через ε_g), вместо (4) можно написать:

$$M = 4\pi\varepsilon_g \int \mathbf{x}_g \cdot \mathbf{n}\, dR_c^2. \tag{5}$$

Произведение $\mathbf{x}_g \cdot \mathbf{n}$ характеризует абсолютную величину $x_g = |\mathbf{x}_g|$ удельной силы $\mathbf{x}_g$, действующей на единицу пробной массы в направлении нормали к поверхности сферы. Поле этой силы, как известно, неоднородно. Если распределение массы в объеме V равномерное, сила $\mathbf{x}_g$ внутри тела равна нулю, и терпит разрыв на поверхности тела. Однако формула Гаусса сохраняет силу, как известно, и в этом случае, если перейти от $\nabla\psi_g$ к так называемой поверхностной дивергенции $\mathbf{x}_{g+}(R_c) - \mathbf{x}_{g-}(R_c)$, т.е. к разности сил по обе стороны поверхности сферы. Внутри тела с однородным распределением масс $\mathbf{x}_{g-}(R_c) = 0$ и вместо (3.3.5) мы имеем:

$$\mathbf{x}_g = -G_g M / R_c^2, \tag{6}$$

где $G_g = 1/4\pi\varepsilon_g$ – коэффициент пропорциональности, определяемый экспериментально и называемый гравитационной постоянной.

Поскольку в стационарном поле $\nabla\psi_g = d\psi_g/dR$, из (6) легко найти гравитационный потенциал $\psi_g = -\int \mathbf{x}_g dR$ в точке $R \geq R_c$. Интегрируя (6) в пределах от R_c до R, имеем:

$$\psi_g = G_g M \int R^{-2} dR = G_g M(1/R_c - 1/R). \quad (R \geq R_c). \tag{7}$$

Гравитационный потенциал ψ_g представляет собой, как известно, силу тяготения $\mathbf{F}_g$, отнесенную к единице массы пробного тела m. Поэтому сила $\mathbf{F}_g$, найденная из этого выражения, в точности соответствует закону тяготения (1). Однако теперь становится ясным, что область его справедливости ограничена условным (эквивалентным) радиусом сферы «полеобразующего» тела M (областью $R \geq R_c$). Действительно, если, например, пробное тело находится на поверхности Земли ($R = R_c$), его потенциал $\psi_g = 0$, т.к. никакой работы он уже совершить не может. Характерно также, что согласно (7), ни сила тяготения $\mathbf{F}_g$, ни энергия «полеобразующего» тела (потенциал ψ_g) не обращаются при $R \to 0$ в бесконечность. Это снимает проблему «расходимостей» квантовой механики, которая, как выясняется, порождена произвольной экстраполяцией результатов опытов Кавендиша, проводившихся со свинцовыми шарами конечных размеров, на «точечные» частицы. Учет минимального расстояния R_c, на которое можно сблизить пробную массу m с массой M, решает эту проблему.

Рассмотрение закона тяготения двух тел как частного случая системы многих тел диктует необходимость введения в закон Ньютона поправки, учитывающей наличие других масс, влияющих на их взаимодействие [3]. Известно, что на законы движения Луны и других спутников Земли влияет притяжение Солнца и других планет с массой M_2, а на движение Земли относительно Солнца – притяжение всех других небесных тел с массой, близкой к бесконечности. Для учета влияния «сторонних» масс рассмотрим систему из трех тел, из которых два тела с массами M_1 и M_2 являются «полеобразующими», а третье представляет собой «пробное» тело с массой m, находящееся как бы во внешнем поле двух первых тел. В соответствии с понятием пробного тела массу последнего будем считать столь малой, что его внесение в это поле не искажает последнего. В таком случае силы притяжения массы m к 1-му и 2-му телу $\mathbf{F}_1$ и $\mathbf{F}_2$ по закону Ньютона равны соответственно $\mathbf{F}_1 = -G_g M_1 m/R_1^2$ и $\mathbf{F}_2 = -G_g M_2 m/R_2^2$, где R_1, R_2 – расстояния от пробной массы соответственно до центра 1-го и 2-го тела. Если пробное тело расположено на линии, соединяющей массы M_1 и M_2, и находится в равновесии с ними, то, очевидно, $\mathbf{F}_1 = \mathbf{F}_2$. Отсюда следует, что в состоянии равновесия эти расстояния R_{10} и R_{20} соотносятся между собой как $R_{10}^2/R_{20}^2 = M_1/M_2$. В таком случае в отсутствие равновесия результирующая гравитационных сил $\mathbf{F}_g = \mathbf{F}_1 - \mathbf{F}_2$, выражающая закон тяготения Ньютона для системы полеобразующих тел, определяется выражением:

$$\mathbf{F}_g = -mG_g(M_1/R_1^2 - M_2/R_2^2). \qquad (8)$$

Нетрудно видеть, что в отсутствие других тяготеющих тел или при бесконечном удалении от них ($R_2 \to \infty$) это выражение переходит в классический закон тяготения (1)[1]. Еще одна поправка к закону тяготения необходима для учета влияния на тяготение взаимной ориентации небесных тел с анизотропией формы. Известно, что различные положения тел в пространстве и их различные ориентации в нем в механическом отношении не эквивалентны (Л. Ландау, Е. Лифшиц, 2004). Не исключено, что именно этим объясняется обнаруженная недавно астрономами зависимость гравитационной постоянной G_g от взаимного расположения некоторых небесных тел. Логичнее, однако, предположить, что в данном случае сказывается все-таки именно форма и ориентация полеобразующих тел. Действительно, для тела несферической формы величина R_c, вообще говоря, изменяется в зависимости от угла φ, под которым наблюдается второе тело, т.е. $R_c = R_c(\boldsymbol{\varphi})$. В частности, для планеты Земля как полеобразующего тела расстояние от ее поверхности до центра массы неодинаково на разных широтах и долготах. Это соответствует записи гравитационного потенциала в виде

$$\psi_g = G_g M_1[1/R_c(\varphi) - 1/R], \quad (R \geq R_c), \qquad (9)$$

при котором энергия взаимодействия окажется зависящей от взаимного положения несферических тел, например, спиралевидных галактик. Такой подход предпочтительнее допущения о непостоянстве гравитационной постоянной. Он более соответствует методологии энергодинамики, требующей выделения специфического класса ориентационных процессов с координатами $\boldsymbol{\varphi}_i$.

Таким образом, введение параметров пространственной неоднородноти позволяет не только дать теоретический вывод закона тяготения Ньютона, но и показать необходимость учета в нем ряда поправок системного характера.

Литература

1. *Ньютон И.* Математические начала натуральной философии (перев. акад. А.Н. Крылова)./Известия Николаевской Морской Академии. Выпуск IV,V. Книги I, II, III. - Петроград, 1915 - 1916 гг.
2. *Эткин В.А.* Основы энергодинамики. – Тольятти, 1992, 162 с.
3. *Эткин В.А.* О законе всемирного тяготения. (http://zhurnal.lib.ru/e/etkin_w_a/). 28/05/2008.

[1] Возможно, что именно влияние окружающих космических тел является причиной обнаруженного совсем недавно аномального торможения космических зондов «Пионер-10», «Пионер-11» и др. при выходе за пределы Солнечной системы.